

Задача 1. Дано сторони трикутника: $AB = 7,2$, $BC = 11,2$, $AC = 9,85$. Обчислити міри його кутів (у радіанах).

Для розв'язування даної задачі потрібно виконати таку послідовність дій:

1. Запустити програму GRAN1.
2. Виконати *Операції* \Rightarrow *Калькулятор*.
3. Обчислити значення косинуса кута A за формулою: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$, увівши в поле **Вираз** таку послідовність символів $(7.2^2+9.85^2-11.2^2)/(2*7.2*9.85)$ (рис. 1.7).
Результат обчислень: 0.1651.
4. Обчислити міру кута A (у радіанах) за формулою $A = \arccos(\cos(A))$, увівши в поле **Вираз** таку послідовність символів $ACos(0.1651)$.
Результат обчислень: 1.405.
5. Обчислити значення косинуса кута B за формулою: $\cos B = \frac{AC \cdot \sin A}{BC}$, увівши в поле **Вираз** таку послідовність символів $9.85*Sin(1.405)/11.2$.
Результат обчислень: 0.8674.
6. Обчислити міру кута B (у радіанах) за формулою: $B = \arcsin(\sin(B))$, увівши в поле **Вираз** таку послідовність символів $ASin(0.8674)$.
Результат обчислень: 1.05.
7. Обчислити міру кута C (у радіанах) за формулою: $C = \pi - A - B$, увівши в поле **Вираз** таку послідовність символів $Pi-1.405-1.05$.
Результат обчислень: 0.687.

Побудова графіків залежностей між змінними у GRAN1 та їх аналіз

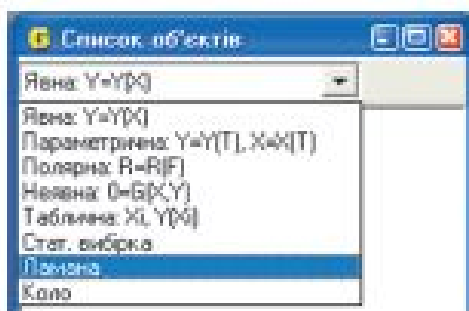


Рис. 1.8. Типи залежностей між змінними

У GRAN1 можна побудувати графіки восьми основних типів залежностей між змінними (рис. 1.8). Одночасно у вікні можна відобразити до п'яти графіків, усі вони автоматично малюються різними кольорами. Колір ліній кожного об'єкта відображається у вікні **Список об'єктів** біля рівняння функції.

Загальний алгоритм побудови графіка залежності між змінними:

1. Вибрати у вікні **Список об'єктів** тип залежності між змінними.
2. Вибрати у меню **Об'єкт** команду **Створити**.
3. Увести у поле діалогового вікна **Введення виразу** залежності відповідний вираз і вибрати кнопку **ОК**.
4. Вибрати у меню **Графік** команду **Побудувати графік**.

Розглянемо алгоритм побудови графіка функції на такому прикладі.

Задача 2. Побудувати графік функції $y = |x^2 - 8|x| + 7|$.

Для цього потрібно виконати таку послідовність дій:

1. Запустити програму GRAN1.
2. Вибрати у вікні **Список об'єктів** тип залежності **Явна: Y=Y(X)**.
3. Вибрати у меню **Об'єкт** команду **Створити**.
4. Увести в поле **Y(X)=** діалогового вікна **Введення виразу залежності вираз**
 $ABS(X^2-8*ABS(X)+7)$.
5. Вибрати у меню **Графік** команду **Побудувати графік**.



Рис. 1.9. Графік функції $y = |x^2 - 8|x| + 7|$

Отриманий результат подано на рисунку 1.9.

Аналізуючи побудований графік функції, можна визначити:

- *нули функції*. Для цього слід установити вказівник у точці перетину графіка функції з віссю Ox і з'ясувати координати цієї точки. Вони будуть відображатися у верхній частині вікна **Графік**;
- *точки екстремумів і екстремуми*. Для цього слід установити вказівник у найвищу чи найнижчу точку графіка і з'ясувати координати вказівника у вікні **Графік**. Максимальне і мінімальне значення функції також відображаються у вікні **Список об'єктів**;
- *проміжки зростання та спадання*. Спочатку потрібно визначити точки екстремумів, а потім записати проміжки спадання та зростання.

Розв'язування рівнянь і систем рівнянь графічним способом

Розглянемо, як можна використати програмний засіб GRAN1 для графічного розв'язування рівняння з однією змінною. Алгоритм розв'язування даного типу завдань складається з трьох етапів:

1. Побудувати графік залежності.
2. Відмітити на координатній площині точку перетину графіка функції з віссю Ox .
3. Визначити координати вказівника, які відображаються у верхньому рядку вікна **Графік**. Це і буде наближеним коренем рівняння.

Отримані у такий спосіб значення є наближеними. Похибка виникає за рахунок того, що переміщення вказівника на **Робочому полі** має свій крок.

Розглянемо графічне розв'язування рівнянь з однією змінною.

Задача 3. Розв'язати рівняння $x^3 - 2x + 6 = 0$ графічним способом.

Для цього потрібно виконати таку послідовність дій:

1. Запустити програму GRAN1.
2. Вибрати у вікні **Список об'єктів** тип залежності **Явна: Y=Y(X)**.
3. Вибрати у меню **Об'єкт** команду **Створити**.
4. Увести в поле **Y(X)=** діалогового вікна **Введення виразу залежності** вираз $X^3-2*X+6$ (рис. 1.10).
5. Вибрати у меню **Графік** команду **Побудувати графік**. На екрані у вікні **Графік** отримаємо графік уведеної функції.
6. Виконати **Графік** \Rightarrow **Список точок на графіку** \Rightarrow **Запис**.
7. Установити вказівник послідовно в точки перетину графіка функції з віссю Ox (рис. 1.11).

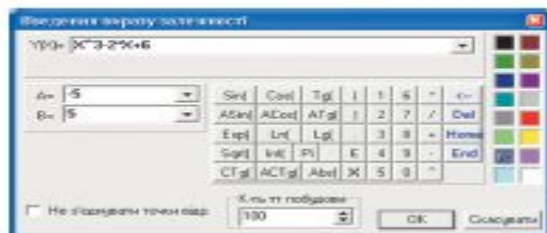


Рис. 1.10. Діалогове вікно **Введення виразу залежності**

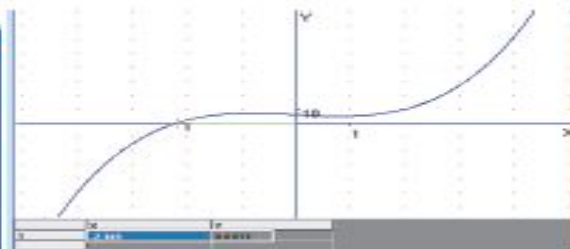


Рис. 1.11. Отримання наближеного значення кореня рівняння

8. Визначити наближене значення кореня рівняння, яке відображається у нижній частині вікна **Графік**.

Відповідь: $x = -2.149$.

Якщо точок перетину графіка з віссю Ox буде кілька, то рівняння матиме кілька розв'язків, які й відобразатимуться в таблиці значень у вікні **Графік** під координатною площиною.

Для системи рівнянь алгоритм знаходження наближеного розв'язку виглядатиме так:

1. Побудувати графіки кожного з рівнянь системи.
2. Відмітити на координатній площині точки перетину побудованих графіків.
3. Визначити координати вказаних точок.



Виконайте завдання

1*. Виконайте обчислення виразів, використовуючи одну з математичних програм, наприклад GRAN1:

а) $y = \cos 2x$ при $x = 0; 1; 1,57$;

б) $y = x^2 - 4|x| + 3$ при $x = -3; 3$;

в) $y = 1/(x^2 - 3)$ при $x = -2; 0; 15$.

2*. Обчисліть периметр і площу прямокутного трикутника, якщо один з катетів дорівнює 7 см, а протилежний кут 60° , використовуючи одну з математичних програм, наприклад GRAN1.



3*. Обчисліть периметр і площу трикутника за трьома заданими сторонами ($a = 7$, $b = 5$, $c = 8$), використовуючи одну з математичних програм, наприклад GRAN1.

4*. Побудуйте графік функції $y = x^4 - 5x^2 + 3$ з використанням одного з математичних процесорів, наприклад GRAN1.

5*. Побудуйте послідовно графіки функцій $y = |x|$, $y = |x + 1|$, $y = |x| + 1$. Поясніть, як змінюється графік функції та його розташування.



6*. Побудуйте послідовно графіки функцій $y = \sin x$, $y = 2\sin x$, $y = \sin 2x$, $y = \sin(x + 2)$. Поясніть, як змінюється графік функції та його розташування при зміні коефіцієнтів.



7*. Побудуйте графіки функцій, заданих параметрично, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1:

а) коло: $x = 10\cos T$, $y = 10\sin T$;

б) равлик Паскаля: $x = 5\cos^2 T + 3\cos T$, $y = 5\cos T \sin T + 3\sin T$.

8*. Побудуйте графік функції $y = |x^3| + x + 7$, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1. Дослідіть функцію на основі графіка за планом і запишіть відповіді у зошит:

а) парність, непарність;

б) нулі функції;

в) проміжки знакосталості: 1) $y > 0$; 2) $y < 0$;

г) точки екстремумів;

д) екстремуми;

е) проміжки зростання та спадання: 1) зростає; 2) спадає.

9*. Розв'яжіть рівняння $x^3 = \sqrt{x}$ графічним способом, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1.

10*. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ xy = 12 \end{cases}$ графічним способом, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1.



11*. Розв'яжіть задачу, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1. Дано точки: $A(0; 1)$, $B(1; 0)$, $C(1; 2)$, $D(2; 1)$. Доведіть рівність довжин векторів: а) AB і CD ; б) AC і BD .

Практична робота № 2. Автоматизація математичних обчислень

Увага! Під час роботи з комп'ютером дотримуйтеся правил безпеки та санітарно-гігієнічних норм.

1. Виконайте обчислення значень виразів, використовуючи одну з математичних програм, наприклад GRAN1. Запишіть у зошит введені вирази та результати обчислень.

а) $y = 2\sin x$ при $x = 0$;

г) $y = ||x - 1| - |x - 2||$ при $x = -2,15$;

б) $y = \cos 2x$ при $x = 0$;

д) $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ при $a = 2, b = 8, c = 3$;

в) $y = (x - 1)^2 / (x - 2)^3$ при $x = -3$; е) $y = \pi r^2$ при $r = -3,9$.

2. Радіус Місяця дорівнює 1740 км. Обчисліть площу його поверхні та об'єм космічного тіла, використовуючи одну з математичних програм, наприклад GRAN1. Запишіть у зошит введені вирази та результати обчислень.

Практична робота № 3. Побудова графіків функції та їх аналіз

Увага! Під час роботи з комп'ютером дотримуйтеся правил безпеки та санітарно-гігієнічних норм.

1. Побудуйте графіки наведених функцій, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1:

а) $y = 2\sin x$;

в) $y = 2x$;

д) $y = ||x - 1| - |x - 2||$;

б) $y = \cos 2x$;

г) $y = \frac{x - 1}{x - 2}$;

е) $y = (1 + x)^x$.

2. Дослідіть функції а, в, д завдання № 1 за їх графіками згідно з планом:

а) парність, непарність;

б) нулі функції;

в) проміжки знакосталості: 1) $y > 0$; 2) $y < 0$;

г) точки екстремумів;

д) екстремуми;

е) проміжки зростання та спадання: 1) зростає; 2) спадає.

Практична робота № 4. Знаходження наближених значень розв'язків рівнянь та їх систем

Увага! Під час роботи з комп'ютером дотримуйтеся правил безпеки та санітарно-гігієнічних норм.

1. Знайдіть наближені розв'язки рівнянь графічним способом, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1:

а) $y = x^2 - 4|x| + 3$;

б) $y = \frac{1}{x^2 - 3}$;

в) $y = \sqrt{|x| - 2}$.

2. Знайдіть наближені розв'язки системи рівнянь графічним способом, використавши один з математичних процесорів, наприклад GRAN1:

а) $\begin{cases} 3x - 7y = 9, \\ 5x + 13y = 7; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x^2 - 4y^3 = 12, \\ 2x^3 - 5y^2 = 8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = 1, \\ |xy| = \frac{1}{2}; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x + y + 1 = 0, \\ \sin(x + y) = 0. \end{cases}$